

数値解析

課題

- (1) -1 から 1 までの 2 つの乱数の組 a, b を n 組発生させることを考える。

位置 $(0, 0)$ と (a, b) の距離を考えると、それが 1 以下の個数 ÷ 全体の個数は $\pi/4$ に近づいていくはずである。この方式で、 π を数値的に近似計算せよ。

乱数の発生方法について (1 つの乱数を発生させる例)

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h> /* rand() を利用するのに必要 */
int main(void){
    double x;
    x = rand()/(RAND_MAX+1.0); /* 0.0~1.0 の一様に分布した乱数を発生 */
    printf("%f\n", x);
}
```

- (2) $x^2 + y^2 = 1$ ($0 < x < 1, 0 < y < 1$) から、 $y = \sqrt{1 - x^2}$ が求められる。この関数を数値積分することにより、 π を数値的に近似計算せよ。

- (3) $y = \sin(x)$ のグラフを考えると、 $y = 0$ との交点の一つは π である。

二分法により、 $y = 0$ と $y = \sin(x)$ の交点を求めることによって、 π を数値的に近似計算せよ。ただし、二分法の初期値は 2 と 4 とする。

- (4) 正 n 角形の一边の長さを $s(n)$ とすると、正 $2n$ 角形の一边の長さは、 $s(2n) = \sqrt{2 - \sqrt{4 - s(n)^2}}$ であることが知られている。

半径 1 の円に内接する正多角形を考え、正 6 角形から順に求めると、正 12, 24, 48, 96, 192 角形の一边の長さが求まることになる。これを利用して、 π を数値的に近似計算せよ。

この手法で、正 n 角形の n をむやみに大きくしていくと、発散する。この理由を考えよ。

- (5) 課題(1)~(4)について、計算方法 (例えば分割数や繰り返し数) によって、数値計算結果がどのように収束するのかを求め、グラフ化せよ。例えば、横軸に繰り返し数 N をとり、縦軸に計算結果をとるなど。

- (6) 課題(2)を台形積分法 (教科書 p.88) により求め、単純に加算していった場合と比較せよ。

課題(3)について、ニュートン法 (教科書 p.67) によって、同様の計算をせよ。ただし、微分については、 $\sin$ の微分は $\cos$ になるということを使って良い。